UNIVERSITE TOULOUSE III **Novembre 2011**

L3-Sciences Physiques et Chimiques

Electromagnétisme de la matière

Partiel (*durée 1h30*)

Questions de cours :

Q1. Donner l'expression du vecteur $\boldsymbol{D}$ sous les deux formes suivantes : $\boldsymbol{D}(\varepsilon_0, \boldsymbol{P}, \boldsymbol{E})$ *et* $\boldsymbol{D}(\varepsilon_0, \chi_e, \boldsymbol{E})$ en précisant la dénomination et l'unité S.I. de chaque grandeur (1 pt).

Q2. Pour une sphère de matière, démontrer la relation entre le champ créé par la matière à l'intérieur $\boldsymbol{E}_{m,in}$, le vecteur $\boldsymbol{P}$ et ε_0. Pour cette démonstration, on utilisera la méthode du champ auxiliaire (2 pts).

Q3. Ecrire l'équation différentielle du modèle de Drude pour un électron libre de charge $q = -e$ et de masse m dans un milieu riche en électrons. En déduire $\chi_e\ (\omega, \omega_p, \tau)$ où $\chi_e = Re(\chi_e)$. Donner la signification physique des paramètres ω_p et τ (2 pts).

I. Sphères de matière linéaire, homogène et isotrope.

I.1. Considérons une sphère de matière *l.h.i.*, de rayon r, dans un champ électrique appliqué $\boldsymbol{E}_a$ uniforme:

I.1.1. En utilisant le résultat de Q1 et Q2, établir la relation entre $\boldsymbol{E}_{in}$, χ_e et $\boldsymbol{E}_a$ (1 pt).

I.1.2. Démontrer que $\boldsymbol{P} = \dfrac{3\chi_e\varepsilon_0}{3+\chi_e}\ \boldsymbol{E}_a$ dans la sphère (2 pts).

I.1.2. Montrer, à l'aide de I.1.1., que si la matière est <u>parfaitement</u> conductrice, on a : $\boldsymbol{P} = A\ \varepsilon_0\ \boldsymbol{E}_a$ où A est une constante dont on justifiera la valeur numérique (1 pt).

I.1.3. Dans le cas de la sphère parfaitement conductrice, donner le moment dipolaire $\boldsymbol{p}$ de la sphère en fonction de r, ε_0, $\boldsymbol{E}_a$ (1 pt).

I.2. Un matériau artificiel est constitué d'un grand nombre N de petites sphères identiques à celle définie en I.1.2., disposées à grande distance les unes des autres en sorte qu'elles n'aient pas d'interaction entre elles et donc que chaque sphère <u>réagisse</u> au champ $\boldsymbol{E}_a$ <u>indépendamment</u> des autres. Calculer le vecteur $\boldsymbol{P}_{m.a.}$ du matériau artificiel et en déduire la susceptibilité diélectrique $\chi_{m.a.}$ du matériau artificiel en fonction de r et de la densité de sphères par unité de volume $n_v = N/V$ (2 pts).

I.3. Le matériau qui constitue les sphères est maintenant un conducteur <u>imparfait</u>, c'est-à-dire que l'hypothèse caractérisant le conducteur parfait n'est plus valide. Donner l'expression de $\chi_{m.a.}\ (n_v, r, \omega_p, \omega)$ du matériau artificiel (2 pts).

I. Polarisabilité de déplacement atomique dans l'approximation des ions indéformables.

II .1. On considère un cristal tridimensionnel où chaque rangée atomique est constituée d'une alternance d'ions I^+ et I^-, de charges et de masses respectives $(+\ e, M^+)$ et $(-\ e, M^-)$, qui peuvent se déplacer autour de leurs positions d'équilibre d'une distance *très faible*

…/…

devant la distance interatomique. On notera $\boldsymbol{u}^+$ et $\boldsymbol{u}^-$ leurs déplacements vectoriels respectifs autour de ces positions d'équilibre et $\boldsymbol{w} = \boldsymbol{u}^+ - \boldsymbol{u}^-$ la variation de distance entre ces ions. Lorsque ces ions sont à leurs positions d'équilibre, $\boldsymbol{u}^+$, $\boldsymbol{u}^-$, et $\boldsymbol{w}$ sont nuls et le cristal est alors électriquement neutre. Lorsque ces ions quittent leurs positions d'équilibre, on note $\boldsymbol{p} = e\,\boldsymbol{w}$ le moment dipolaire de la molécule constituée par I^+ et I^-. Le champ local est noté $\boldsymbol{E}_\ell$. Les ions sont supposés <u>indéformables</u>, c'est pourquoi on ne prend pas en compte la polarisation « atomique » qui correspond à la déformation du cortège électronique.

II.1.1. Justifier les deux équations suivantes :

$$M^+\frac{d^2u^+}{dt^2} = -k(u^+ - u^-) + eE_l$$

$$M^-\frac{d^2u-}{dt^2} = -k(u^- - u^+) - eE_l$$

en indiquant la signification physique et les unités SI de chaque terme (1 pt).

II.1.2. En déduire l'équation qui régit $\boldsymbol{w}$ en fonction de $\boldsymbol{E}_\ell$, e, k, et la masse réduite de la molécule constituée par I^+ et I^- : $M = [(M^+)^{-1}+(M^-)^{-1}]^{-1}$ (1 pt).

II.1.3. En supposant que le champ local est harmonique de pulsation ω, soit :

$\boldsymbol{E}_\ell = Re(\boldsymbol{E}_0\ \mathrm{e}^{-i\omega t})$ de sorte que $\boldsymbol{w} = Re(\boldsymbol{w}_0\ \mathrm{e}^{-i\omega t})$, montrer que la polarisabilité est: $\alpha_{d.i.} = \dfrac{e^2}{M(\bar{\omega}^2 - \omega^2)}$ et donner l'expression de $\bar{\omega}$ en fonction de M et k (3 pts).

II.1.4. On donne, en unités S.I. : $k = 32$ et $M = 2.10^{-26}$. Calculer $\bar{\omega}$. On admet que l'énergie mécanique de vibration des ions est quantifiée et que le quantum est $h\bar{\nu} = \dfrac{h}{2\pi}\bar{\omega}$. Un quantum de vibration mécanique peut être créé par absorption d'un photon. Calculer dans ce cas la longueur d'onde de la lumière absorbée, exprimée en microns (1 pt).

On donne en S.I. : $h = 6{,}625\ 10^{-34}$ $J\ s$ et $c = 3\ 10^8$ m s^{-1}.